

1. Einleitung

Wenn ich von meinem Fernrohr erzählte, fragte man geradezu zwangsläufig nach dessen Vergrößerung. Nun, die Vergrößerung eines astronomischen Fernrohrs interessiert zwar, ist in der Regel aber zweitrangig (In der Hauptsache geht es darum, das optische Signal-zu-Rausch-Verhältnis anzuheben). Jedenfalls habe ich im Physikunterricht seinerzeit meine Schüler und Schülerinnen die Vergrößerung eines kleinen Fernrohr-Modells bestimmen lassen. Es bestand aus einem Objektiv, herausgeschraubt aus einem 8×30-Fernglas, mit einem Tubus, an dessen Ende ich eine 31-mm-Steckfassung zur Aufnahme verschiedener Okulare angebracht hatte. Die Okulare waren Exemplare aus dem Okularsatz meines (Refraktor-)Fernrohrs.

Ein einfacher Versuch, eigentlich nicht des Aufhebens wert. Aber ich stellte beim Stöbern in meinen Unterlagen fest, dass der Versuch mindestens einen Messpunkt lieferte, der nicht dem Trend der übrigen Daten folgte. Eine aktuelle Messung bestätigte diese Abweichung – ein unbefriedigender Zustand. Deshalb dieser Bericht, vielleicht hat einer der Leser des Artikels eine Erklärung.

2. Etwas Theorie

Abbildung 1 zeigt den Strahlengang in einem astronomischen Fernrohr – mit den Bezeichnungen, die ich verwende. Das Objektiv entwirft ein reelles (Zwischen-)Bild des Gegenstands, das man mit einer Lupe, genannt Okular, betrachtet. Da man mit Hilfe der Lupe das Zwischenbild und damit den Gegenstand näher als in Wirklichkeit an sich heranrückt, erscheint er gegenüber dem unbewaffneten Auge unter einem größeren Sehwinkel. Die Vergrößerung V ist definiert als das Verhältnis des Sehwinkels α_m mit Fernrohr zum Sehwinkel α_o ohne Fernrohr, d.h. es gilt

$$(1) \quad V = \frac{\alpha_m}{\alpha_o}$$

In Abbildung 1 ist α_m als Winkel eingezeichnet, mit dem die (parallelen) Lichtstrahlen das Okular zum Auge hin verlassen. Der Winkel α_o entsteht aus dem Winkel α_1 , den der Mittelpunktstrahl

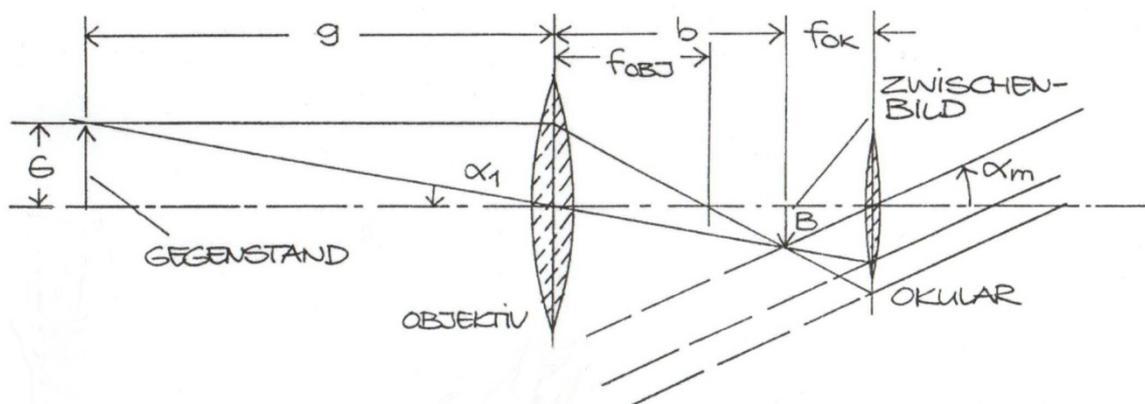


Abbildung 1 Strahlengang in einem astronomischen Fernrohr.

durch das Objektiv mit der optischen Achse bildet, wenn der Gegenstand in unendliche Ferne rückt ($\alpha_1 \rightarrow \alpha_o$ für $g \rightarrow \infty$).

Sind g und b die Gegenstands- bzw. Bildweiten des Objektivs, G und B die Gegenstands- bzw. Bildgrößen, so gilt für kleine Winkel (achsennahe Strahlen) $\alpha_l = G/g$ und $\alpha_m = B/f_{OK}$. Daraus folgt $\alpha_m/\alpha_l = B \cdot g / (G \cdot f_{OK})$. Nach dem Strahlensatz ist $B/G = b/g$, damit ergibt sich $\alpha_m/\alpha_l = b/f_{OK}$. Für $g \rightarrow \infty$ geht α_l gegen α_o und b gegen f_{OBJ} , also gilt

$$(2) \quad V = \frac{\alpha_m}{\alpha_o} = \frac{f_{OBJ}}{f_{OK}}$$

Sind D und d die Durchmesser der Eintritts- bzw. Austrittspupille, so gilt nach dem Strahlensatz (Abbildung 2) $D/d = b/f_{OK}$.

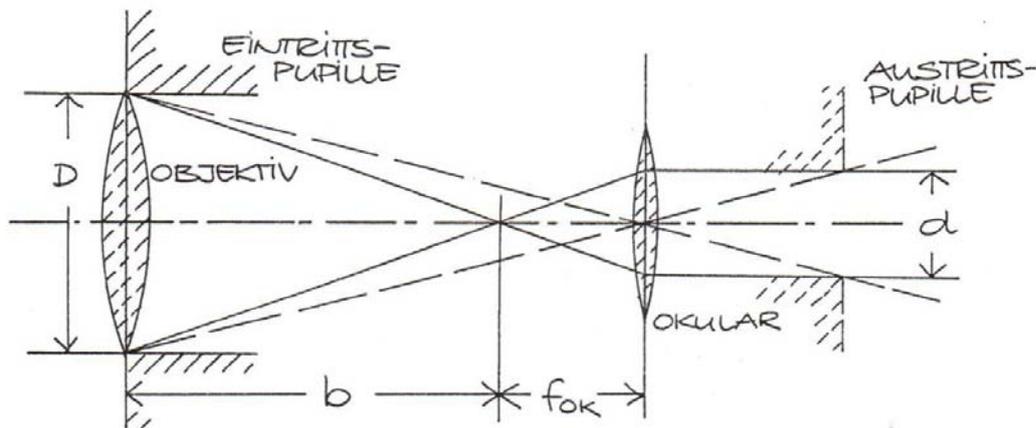


Abbildung 2 Ein- und Austrittspupille

Da b/f_{OK} aber gleich α_m/α_l ist (s.o.), folgt $D/d = \alpha_m/\alpha_l$ und für $g \rightarrow \infty$

$$(3) \quad V = \frac{D}{d}$$

Das heißt, die Vergrößerung eines Fernrohrs ist gleich dem Quotient der Durchmesser von Eintritts- und Austrittspupille.

3. Messmethoden

Die Vergrößerung V wurde auf zwei Arten gemessen. Bei der ersten Art wurde der Quotient α_m/α_o direkt gemessen, und zwar durch Vergleich der Netzhautbilder mit und ohne Fernrohr (Methode *Vergleich der Netzhautbilder*). Dazu wurde das Fernrohr auf eine weit entfernte (ca. 20 m) Messlatte gerichtet und diese so betrachtet, dass ein Auge durch das Fernrohr, das andere Auge am Fernrohr vorbei blickte. Nach einiger Übung erreicht man, dass sich die Bilder im Gehirn überdecken. Decken sich beispielsweise m Felder (Zentimeter-Teilstriche) der direkt betrachteten Messlatte mit n Feldern (Zentimetern) der durch das Fernrohr beobachteten, dann ist die Vergrößerung $V = m/n$.

Bei der zweiten Methode wurde V nach Gleichung (3) aus dem Verhältnis D/d der Durchmesser von Ein- und Austrittspupille bestimmt (Methode *Vergleich Ein/Austrittspupille*). Die Austrittspupille sieht man als helles Scheibchen wenige Millimeter vor der Okularlinse in der Luft schweben, wenn man aus einer Entfernung von ca. 30 cm auf das Okular blickt. Der Durchmesser d dieses Scheibchens lässt sich mit einem Messschieber bestimmen.

Beide Messungen wurden an ein und demselben Objektiv, aber für verschiedene Okulare ausgeführt. Das heißt, die Objektivbrennweite f_{OBJ} war konstant, die Okularbrennweite f_{OK} wurde variiert. Als Objektiv diente, wie erwähnt, eine aus einem 8×30-Fernglas ausbaute Linse mit einer Brennweite von ungefähr 120 mm (also $f_{OBJ} \approx 120$ mm und $D = 30$ mm).

4. Ergebnisse

4.1 Methode »Vergleich der Netzhautbilder«

Tabelle 1 listet die mit der Methode *Vergleich der Netzhautbilder* gewonnenen Daten auf. Die Anzahl m der mit bloßem Auge direkt abgelesenen Zentimeter betrug $m = 50,0$ bei der ersten und $m = 27,8$ bei der zweiten Messung. Die Anzahl n der durch das Fernrohr beobachteten Zentimeter konnte mit einer Unsicherheit von ungefähr $\pm 0,5$ (cm) abgelesen werden.

Tabelle 1 Ergebnisse der Messungen nach der Methode »Vergleich der Netzhautbilder«. Im Gehirn des Beobachters decken sich m mit bloßem Auge abgelesene Skalenteile (Zentimeter) mit n Skalenteilen (Zentimetern), die durch das Fernrohr beobachtet werden.

Okular	Messung 2003			Messung 2020		
	m/cm	n/cm	V = m/n	m/cm	n/cm	V = m/n
6 mm Ortho	50	2,5	20,0	27,8	1,3	21,4
8 mm Ortho	50	3	16,7	27,8	1,7	16,4
10 mm Ortho	50	4	12,5	27,8	2,1	13,2
12,5 mm Ortho	50	6	8,33	27,8	3,8	7,32
17,5 mm WW	50	7,5	6,67	27,8	4,0	6,45
20 mm MZW	50	8	6,25	27,8	4,2	6,61
25 mm Ortho	50	10	5,00	27,8	5,0	5,56
30 mm MZW	50	11,5	4,35	27,8	6,0	4,63
40 mm MZW	50	15	3,33	27,8	7,9	3,52

In den Abbildungen 3 und 4 sind die in Tabelle 1 aufgelisteten Vergrößerungen als Funktion des Kehrwerts der Okularbrennweite aufgetragen. Wegen $V = f_{OBJ} \cdot (1/f_{OK})$ sollten die Messpunkte auf einer Geraden durch den Nullpunkt liegen. Das ist auch, abgesehen von dem Punkt für das Okular

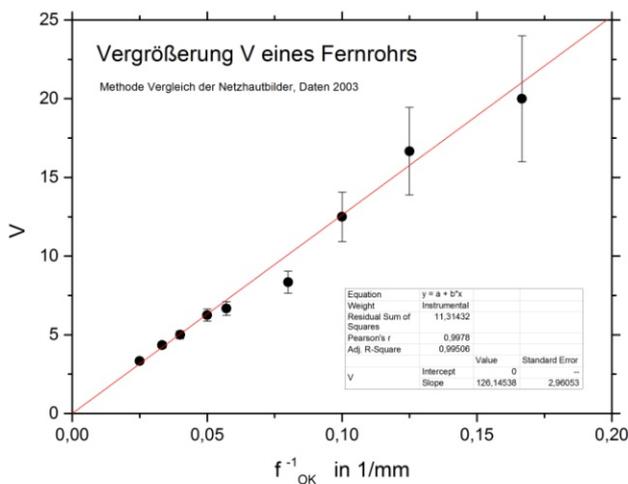


Abbildung 3 Vergrößerung V eines Fernrohrs in Abhängigkeit von der Brennweite des Okulars f_{OK} . V wurde bestimmt durch Vergleich der Netzhautbilder einer Messlatte, siehe Text. Die bestangepasste Gerade ergibt als Objektiv-Brennweite $f_{OBJ} = 126 \pm 3$ mm.

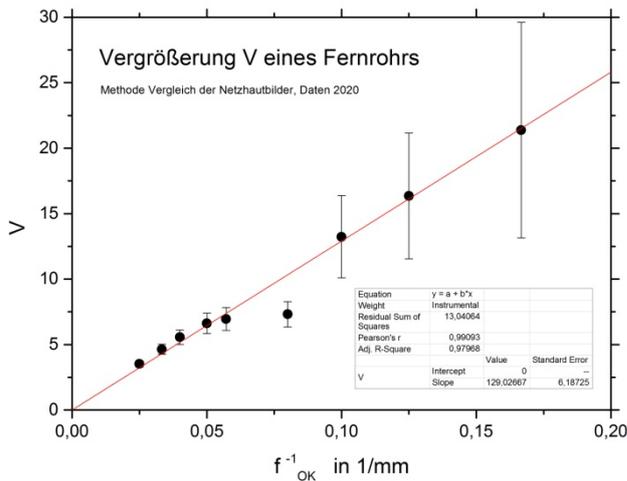


Abbildung 4 Wiederholung der Messung, deren Ergebnis in Abbildung 3 dargestellt ist. Die Anpassung der Geraden ergibt $f_{OBJ} = 129 \pm 6$ mm.

mit $f_{OK} = 12,5$ mm, der Fall. Die Steigung der Gerade ist gleich der Objektivbrennweite f_{OBJ} . Passt man eine Gerade durch den Nullpunkt an die Punkte an, erhält man $f_{OBJ} = 126,1 \pm 3,0$ mm für die Messung 2003, und $f_{OBJ} = 129,0 \pm 6,2$ mm für die Messung 2020.

4.2 Methode »Vergleich der Ein- und Austrittspupillen«

Tabelle 2 enthält die mit der Methode *Ein- und Austrittspupillen-Vergleich* gemessenen Daten. Als Eintrittspupille wurde die Objektivblende betrachtet, deren Durchmesser mit $D = 30$ mm angegeben wird. Die Genauigkeit des Durchmessers d der Austrittspupille wurde zu $\pm 0,1$ mm abgeschätzt.

Tabelle 2 Ergebnisse der Messungen nach der Methode »Ein- und Austrittspupillen-Vergleich«. D ist der Durchmesser der Eintrittspupille, d der Durchmesser der Austrittspupille. Die Messgenauigkeit von d beträgt etwa $\pm 0,1$ mm.

Okular	Messung 2003			Messung 2020		
	D/mm	d/mm	V = D/d	D/mm	d/mm	V = D/d
6 mm Ortho	30	1,5	20,0	30	1,4	21,4
8 mm Ortho	30	2,0	15,0	30	1,8	16,7
10 mm Ortho	30	2,3	13,0	30	2,7	11,1
12,5 mm Ortho	30	4,6	6,52	30	4,4	6,90
17,5 mm WW	30	4,8	6,25	30	4,6	6,52
20 mm MZW	30	4,8	6,25	30	4,8	6,25
25 mm Ortho	30	5,9	5,08	30	5,5	5,45
30 mm MZW	30	6,5	4,62	30	6,8	4,41
40 mm MZW	30	9,2	3,26	30	9,3	3,22

Die in Tabelle 2 aufgeführten Werte von V sind in den Abbildungen 5 und 6 in derselben Weise aufgetragen wie in den vorherigen Abbildungen, das heißt, in Abhängigkeit vom Reziprokwert der Okularbrennweite $1/f_{OK}$.

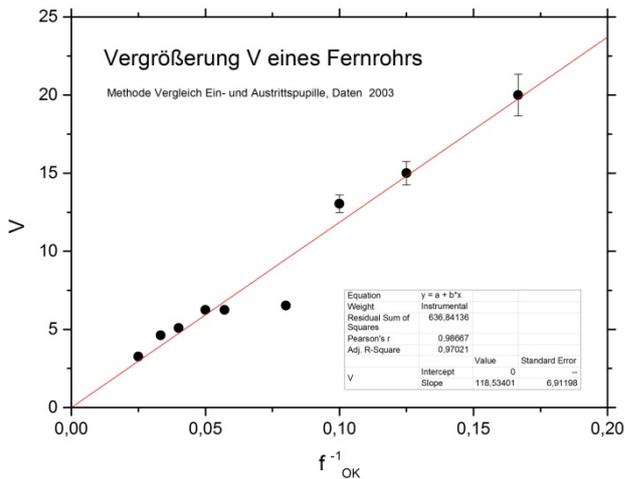


Abbildung 5 Vergrößerung V eines Fernrohrs in Abhängigkeit von der Brennweite des Okulars f_{OK} . V wurde bestimmt als Quotient der Durchmesser vom Eintritts- und Austrittspupille: $V = D/d$ (siehe Text). Die bestangepasste Gerade ergibt als Objektiv-Brennweite $f_{OBJ} = 119 \pm 7$ mm.

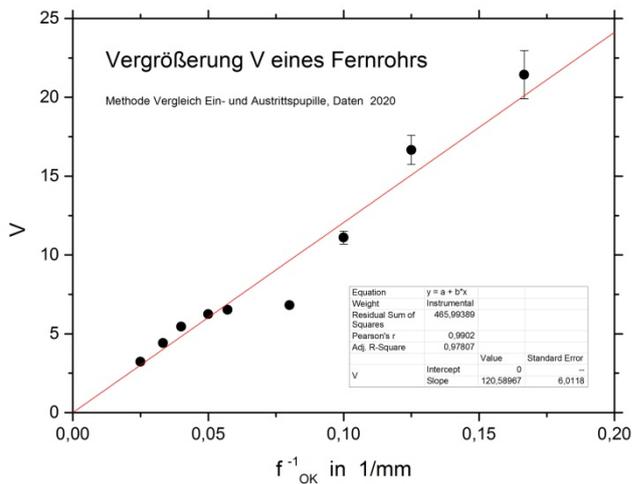


Abbildung 6 Vergrößerung V wie in der vorherigen Abbildung (Wiederholung der Messung). Die bestangepasste Gerade ergibt als Objektiv-Brennweite $f_{OBJ} = 121 \pm 6$ mm.

Abbildungen 5 und 6 zeigen, dass auch im Fall der Methode *Ein/Austrittspupillen-Vergleich* der Messpunkt für das 12,5 mm-Okular ($1/f_{OK} = 0,08 \text{ mm}^{-1}$) aus dem Trend der übrigen Punkte ausschert. Das heißt, dass es sich bei diesem Messpunkt vermutlich nicht um eine statistische Abweichung handelt.

5. Diskussion

Es fällt auf, dass die Objektivbrennweiten, die nach der Methode *Vergleich der Netzhautbilder* gemessen wurden, systematisch größer sind als die durch den *Vergleich von Ein- und Austrittspupillen* bestimmten. Darüber hinaus weicht der Messpunkt für das Okular 12,5 mm-Orthoskopisch im Fall *beider* Messmethoden deutlich vom Verlauf der übrigen Punkte ab. Eine Erklärung für beide Befunde dürfte nicht einfach sein.